1. *Concetti preliminari*

1. *Le regole del gioco*

Un gioco è caratterizzato dalle **regole** che lo governano, cioè dal numero dei giocatori, dalle strategie a disposizione di ciascuno di essi e dagli esiti (o *payoffs*) associati ad ogni combinazione (o, più propriamente, ad ogni *prodotto*) di strategie giocabili. Ogni strategia è definibile come un insieme di regole che determinano i comportamenti individuali, cioè la scelta dell'azione a_i che ciascun giocatore i può compiere in risposta a quelle compiute dagli altri, in ogni fase del gioco, all'interno di un insieme A_i che comprende tutti i comportamenti a sua disposizione, $A_i = \{a_i\}$. In generale, le strategie dei giocatori saranno definite esclusivamente in funzione della storia passata del gioco.

L'obiettivo di ogni giocatore consiste nella massimizzazione del proprio esito finale; inoltre, ogni giocatore sa che anche gli altri perseguono il medesimo obiettivo.

Questo ci conduce direttamente al concetto di razionalità massimizzante, tipicamente neoclassico, esplicitamente adottato dalla teoria dei giochi. Questo è tuttavia un concetto *forte*, che nel corso dello sviluppo della teoria e delle sue applicazioni, ha ricevuto notevoli critiche ed è stato significativamente ritoccato.

L'interazione strategica tra gli individui, sulla base delle norme dettate dalla loro razionalità, produce, quando esiste, l'equilibrio del gioco, che peraltro potrà non essere unico. In termini, per il momento, necessariamente molto generici, un equilibrio è definibile come la combinazione delle migliori strategie a disposizione di ognuno degli agenti che prendono parte al gioco. Il concetto di equilibrio è quindi distinto da quello di esito del gioco, che si identifica nell'insieme dei *payoffs* prodotti dalle strategie di equilibrio.

2. Una prima classificazione dei giochi

La distinzione di ordine più generale è quella che ci permette di separare i giochi cooperativi da quelli non cooperativi.

La natura di un gioco cooperativo è tale per cui la collaborazione reciproca produce maggiori opportunità di guadagno per tutti i giocatori. Quindi, il problema principale che si pone nell'ambito dei giochi cooperativi è costituito non tanto dalla scelta delle mosse da parte dei giocatori, quanto piuttosto dal modo in cui ripartire i maggiori profitti derivanti dalla collaborazione. Si ammette quindi che i giocatori possano accordarsi preventivamente sia sulle rispettive mosse, sia, soprattutto, sulla divisione della posta complessiva, contrattando gli eventuali trasferimenti collaterali.

Tuttavia, la rilevanza di tale categoria di giochi in ambito economico è relativamente limitata; di conseguenza, lo spazio che le verrà dedicato sarà altrettanto circoscritto.

Ne consegue, ovviamente, che la categoria sulla quale concentreremo gran parte della nostra attenzione è quella che si occupa dei giochi non cooperativi. Pertanto, in tal caso:

1) escluderemo che possano esservi contrattazioni preliminari, a carattere vincolante;

2) escluderemo inoltre che possano avere luogo pagamenti collaterali tra i giocatori, ossia ciascun giocatore percepisce ciò che gli attribuisce l'esito del gioco e non è ammessa l'esistenza di pagamenti *tra* giocatori.

Nell'ambito dei giochi non cooperativi, è possibile procedere ad ulteriori classificazioni, in relazione a) all'entità dei *payoffs* e b) alla natura e alla disponibilità delle informazioni.

Con riferimento al punto (a), diremo che un gioco è a somma costante, se il *payoff* complessivo a disposizione degli agenti è invariante al variare delle loro scelte, in modo che ciò che viene guadagnato dall'uno viene perso dagli altri; in caso contrario diremo che il gioco è a somma variabile.

Con riferimento al punto (b), diremo che un gioco è:

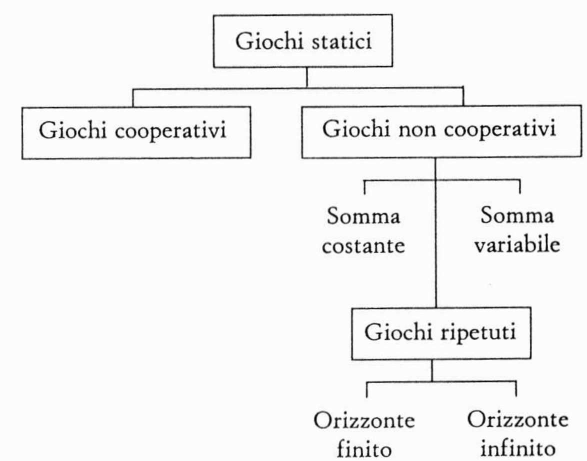
1) ad informazione perfetta, se ogni giocatore, in ogni istante del gioco, è interamente a conoscenza della sua storia passata; vale a dire, dell'intera sequenza di mosse effettuate da lui e dagli altri fino a quel momento;

2) ad informazione simmetrica, se nessuno dei giocatori dispone di informazioni di cui non siano in possesso anche tutti gli altri;

3) ad informazione completa, se gli agenti conoscono le *regole* (la struttura) del gioco, cioè il numero e l'identità dei giocatori, le strategie a disposizione di ciascuno ed i *payoffs* conclusivi.

Questa è la prima definizione di gioco ad informazione completa apparsa in letteratura. In tutti i contributi più recenti, il concetto di informazione completa è stato rivisto, facendo entrare in gioco (la figura retorica, evidentemente, non è casuale) il ruolo svolto dalla Natura, cioè da un agente che è in grado di influire in modo notevole sul comportamento dei giocatori, mentre non è vero il contrario. Alla luce di questo, si dirà che un gioco è ad informazione completa se la Natura non muove per prima, o se la sua eventuale mossa è osservata da tutti i giocatori.

La ripetizione nel tempo di uno stesso gioco produce in effetti un gioco nuovo, la cui soluzione può essere radicalmente diversa da quella del semplice gioco costituente; come vedremo, questo risultato è intimamente connesso con l'estensione dell'orizzonte temporale considerato.



La figura sopra riportata riassume le aree della teoria dei giochi trattate in questo volume. Non esaurisce, tuttavia, l'intero campo sul quale si articola la teoria stessa: non prenderemo in considerazione i giochi di natura propriamente dinamica, i quali si differenziano dai semplici giochi ripetuti per la variabilità nel tempo dello spazio delle strategie e dei *payoffs* a disposizione dei giocatori[1].

3. *Rappresentazione dei giochi*

«A cosa serve un libro – si domandò Alice – senza figure né dialoghi?»

Lewis Carroll,
Alice nel paese delle meraviglie

Nel caso in cui il numero dei giocatori sia limitato a due, è possibile fornire, di uno stesso gioco, due differenti rappresentazioni, ognuna delle quali è in grado di metterne in evidenza caratteristiche diverse:

1) la rappresentazione in forma normale o strategica;[2]
2) la rappresentazione in forma estesa.

La rappresentazione in forma strategica consiste in una sorta di *matrice doppia*, il cui numero di righe e colonne è dato dal numero di strategie a disposizione dei due giocatori:

GIOCO G.0 (forma strategica)

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	m	n	p	q
	a_2	r	s	w	z

[1] Si rimanda il lettore interessato alla teoria dei giochi dinamici a Başar e Olsder (1982).

[2] In generale, la forma normale e quella strategica non coincideranno, in quanto la prima indica gli esiti derivanti da ogni possibile combinazione di *strategie*, la seconda gli esiti derivanti da ogni possibile combinazione di *mosse*. Tuttavia, nella maggior parte dei casi che il lettore incontrerà qui e in letteratura, le due rappresentazioni coincidono in quanto le strategie si riducono in genere a singole mosse.

Nello schema generico rappresentato in figura, i giocatori A e B dispongono di due strategie ciascuno.

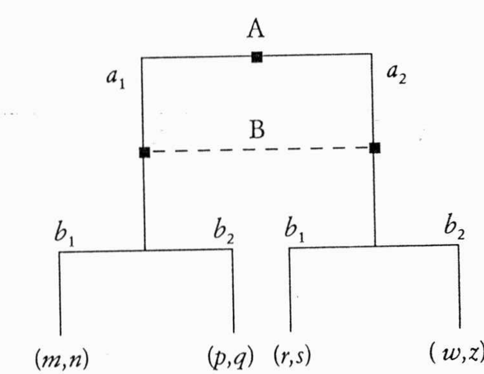
Le coppie di valori in ogni casella rappresentano gli esiti, **con l'avvertenza che il primo valore si riferisce al giocatore indicato in riga ed il secondo al giocatore indicato in colonna.** È una convenzione che manterremo nel corso dell'intero lavoro.

Quindi, se A sceglie a_2 e B sceglie b_2 l'esito sarà pari a w per A e a z per B. Per il momento, non intendiamo specificare nulla riguardo la precisa natura dei *payoffs*, in quanto essa potrà essere definita di volta in volta nel modo più appropriato. In generale, possiamo pensare che si tratti di un valore monetario, oppure di livelli di utilità.

A differenza della forma strategica, che è di natura essenzialmente simultanea e non è in grado di dirci alcunché sotto il profilo dell'informazione disponibile, la rappresentazione di un gioco in forma estesa pone in evidenza l'ordine in cui i giocatori muovono (ordine che può non essere affatto temporale, bensì puramente logico) e le informazioni a disposizione di ciascuno.

Ne risulta una forma ad albero, strutturata su di una serie di nodi:

GIOCO G.0 (forma estesa)



L'eventuale presenza, come in figura, di un legame tra più nodi (rappresentato dalla linea tratteggiata) evidenzia il fatto che il giocatore in questione non sa con esattezza in quale nodo si trova. Se invece il *set* informativo comprende un solo nodo, il gioco è ad informazione perfetta.

La rappresentazione in forma estesa di un gioco ad informazione perfetta ne mette opportunamente in luce la natura dinamica, in quanto ogni giocatore, prima di effettuare la propria scelta, ha la facoltà di osservare tutte le mosse compiute dagli avversari. Se, come in questo esempio, il *set* informativo contiene più nodi, il gioco è caratterizzato da informazione imperfetta, in quanto il giocatore *B* non è a conoscenza della sequenza di mosse precedenti la sua decisione: questo non è che un modo alternativo per dire che il gioco è di natura statica e simultanea.

Identifichiamo come supergioco l'intera struttura ad albero. Definiremo allora come sottogioco (proprio) ciascun sottoinsieme del supergioco avente origine in un nodo singolo, e contenente tutti i nodi successivi a quello di origine.

Una volta introdotta la rappresentazione in forma estesa, è agevole rilevare che le classificazioni fornite riguardo la natura dell'informazione non sono prive di punti di contatto.

Consideriamo, ad esempio, un gioco ad informazione asimmetrica. Dal momento che, in un caso del genere, i giocatori dispongono di *sets* informativi diversi, e quindi ciascuno dei nodi al loro interno non potrà essere singolo, il gioco risulta caratterizzato anche da informazione imperfetta.

Considerazioni del tutto analoghe valgono nel caso di un gioco ad informazione incompleta: anche qui, dal momento che vi saranno *sets* informativi comprendenti più nodi, il gioco sarà anche ad informazione imperfetta.

Infine, è possibile individuare punti di intersezione tra i concetti di completezza e di simmetria. In particolare, un gioco ad informazione incompleta sarà spesso anche ad informazione asimmetrica, in quanto la mossa effettuata dalla Natura all'inizio del gioco produrrà in genere un'asimmetria a favore di uno o di una parte dei giocatori, fornendo loro un patrimonio di informazione *privata*. Non sarà in generale vero il contrario, nel senso che potrà aversi asimmetria informativa anche in condizioni di completezza: per questo, è sufficiente che la mossa da parte della Natura abbia luogo ad un certo punto del gioco, anziché all'inizio.[3]

[3] A questo proposito, è possibile introdurre un'ulteriore nozione, vale a dire quella di informazione *certa*: un gioco è ad informazione certa se la Natura non compie alcuna mossa durante lo svolgimento del gioco, cioè tra due mosse effettuate dagli agenti (cfr. Rasmusen, 1988, p.51).

2. *Alcuni concetti fondamentali applicati a giochi non cooperativi a somma variabile*

1. *Il criterio della dominanza*

1.1. Definizione

Una strategia h è dominante su tutte le altre possibili strategie a disposizione del giocatore, quando il risultato associato a h è sempre il migliore, qualunque sia la mossa dell'avversario; quando il risultato – anziché 'migliore' in senso stretto – è 'non peggiore' si parla di *dominanza debole*. In modo del tutto analogo si definisce una strategia dominata: j è dominata se, per qualunque mossa degli avversari, esiste sempre una strategia che fornisce esiti migliori rispetto a quelli associati a j. Ovviamente, quando un giocatore dispone di sole due strategie, se una è dominante, l'altra è dominata.

Se esiste tra le mosse del giocatore una strategia dominante, è naturale attendersi che essa verrà giocata, escludendo di norma la scelta delle strategie alternative; analogamente si può in genere escludere l'evenienza che vengano giocate strategie dominate: esistono alternative che garantiscono sicuramente guadagni non peggiori.

Il fatto che esistano strategie dominanti è noto non solo al giocatore che ne dispone, ma a tutti i giocatori impegnati. Tutti perciò dovranno ovviamente tenere conto, scegliendo le rispettive mosse, del fatto che uno di loro giocherà con certezza la strategia dominante di cui dispone (o con certezza non giocherà una strategia dominata).

Nel seguente gioco G.1 la strategia a_1 è dominante sulla a_2 in senso forte ($11 > 10$ e $8 > 6$), mentre la b_2 è debolmente dominante sulla b_1.

Nel gioco G.1 si raggiungerà l'equilibrio, dunque, in corrispondenza dell'incrocio tra le strategie a_1 e b_2. Per equilibrio del gioco

GIOCO G.1

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	11	7	8	10
	a_2	10	12	6	12

intendiamo indicare – a livello di prima intuizione – una combinazione di mosse tale che, osservati gli esiti, nessuno dei giocatori intenda variare la propria. Vedremo in seguito definizioni più rigorose del concetto di equilibrio[1].

1.2. La dominanza iterata

Si prenda in esame il gioco G.2.

GIOCO G.2

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	11	15	3	14
	a_2	10	13	20	12

La strategia b_1 domina la b_2; il giocatore A (che non possiede strategie dominanti), può però ritenere con ragione che B sceglierà b_1

[1] In questo capitolo stiamo illustrando alcuni concetti fondamentali applicati a giochi non cooperativi a somma variabile. Al di là dei giochi specifici che esaminiamo, molti dei concetti introdotti in questa sede saranno applicabili anche ad altri tipi di giochi. Ricordiamo anche che, data la natura dei giochi contenuti in questo capitolo, escludiamo esplicitamente che possano avvenire contrattazioni tra giocatori prima e dopo lo svolgimento del gioco.

e dunque opterà a sua volta per a_1. Un meccanismo di decisione siffatto, da parte del giocatore A, prevede l'applicazione del criterio della dominanza *iterata*. Possiamo anche comprendere a pieno in questo caso il significato del concetto di razionalità nella teoria dei giochi: ogni giocatore si comporta in modo tale da ottenere il meglio per sé; sa che anche l'avversario si comporta in modo analogo ed è quindi in grado di valutare sia le proprie che le altrui scelte: potremmo affermare che il criterio di scelta segue un ragionamento del tipo: «io so che tu sai che io so ecc. ...»; in altre parole i giocatori risolvono un problema di ottimo, vincolato al fatto che anche gli avversari perseguono un ottimo vincolato.

1.3. Critiche al criterio della dominanza

Immaginiamo ora che il gioco G.2 in luogo del *payoff* 3 presenti un *payoff* pari a –100; è probabile che il giocatore A preferisca optare per la strategia a_2, che si presenta più sicura. In altre parole il criterio della dominanza non prende in considerazione motivazioni di prudenza, mentre sembra da esperimenti empirici che i soggetti tengano in una qualche considerazione anche il fatto che la scelta altrui potrebbe non essere improntata a criteri di stretta razionalità e pertanto, al momento di scegliere, possano preferire un criterio che massimizza la sicurezza[2].

Un'altra critica rivolta al criterio della dominanza iterata è rappresentata dal fatto che può non condurre ad una unica coppia di strategie di equilibrio. Si esamini, per esempio, il gioco G.3.

Ricordiamo che i due giocatori muovono simultaneamente. Il giocatore B potrebbe ragionare nel modo seguente: siccome a_1 è debolmente dominata da a_2, A sceglierà a_2, pertanto B ha convenienza nel giocare b_2, determinando l'equilibrio in $(a_2 - b_2)$. D'altra parte A po-

[2] Un criterio che massimizza la sicurezza è ad esempio quello del *massiminimo*: si considera quale è l'esito peggiore in corrispondenza di ogni possibile scelta e si effettua poi la scelta che conduce al migliore tra gli esiti peggiori; vedremo che questo criterio di scelta è razionale in giochi a somma costante, mentre non appare intrinsecamente necessario in giochi a somma variabile, nei quali non è detto che il meglio per un giocatore coincida con il peggio per l'altro.

GIOCO G.3

		B					
		b_1		b_2		b_3	
A	a_1	10	50	6	5	0	-3
	a_2	10	0	6	1	5	-9

trebbe pensare: la strategia b_3 è dominata dalle altre due di cui dispone B; una volta escluso che B possa giocare b_3, per A è assolutamente indifferente giocare a_1 o a_2: l'esito potrebbe pertanto essere la combinazione $(a_1 - b_2)$ o $(a_1 - b_1)$. In alcuni casi, come il presente, l'applicazione del criterio della dominanza non porta quindi a determinare univocamente il risultato del gioco.

2. *Soluzioni ovvie*

Esistono giochi i cui *payoffs* presentano una struttura con una ovvia soluzione di equilibrio.

GIOCO G.4

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	25	25	3	4
	a_2	4	3	4	4

Nel gioco G.4 la coppia di strategie $(a_1 - b_1)$ si *impone* come equilibrio, eppure non è né frutto di scelte che seguano il criterio della dominanza (a_1 non è dominante su a_2 e b_1 non lo è su b_2), né frutto di strategie di massiminimo (l'equilibrio di massiminimo è $(a_2 - b_2)$). È tuttavia evidente che se i due giocatori si potessero accordare preventivamente, avrebbero entrambi l'interesse a stabilirsi sull'esito $(a_1 - b_1)$.

Definiamo allora equilibrio *ovvio* quello in corrispondenza del quale nessun giocatore trae vantaggio dallo spostarsi, nel senso che non solo ciascun giocatore non ha incentivo nel deviare dalla propria scelta, ma ha interesse che neppure gli altri giocatori deviino dalle rispettive scelte.

Ferma rimanendo l'ipotesi di divieto di accordi preventivi, l'equilibrio *self enforcing* può essere comunque interpretato come l'esito di un ipotetico, preliminare accordo implicito, che ciascuna parte non ha interesse a disattendere.

3. *Equilibrio di Nash*

3.1. Definizione

Una soluzione costituisce equilibrio di Nash (1951) quando le strategie di *ciascun* giocatore rappresentano la scelta migliore, *date* le migliori altrui strategie. Detto in altri termini, un equilibrio è di Nash se ciascun giocatore, una volta osservate le scelte degli altri, non ha alcun interesse a cambiare la propria.

cioè

L'equilibrio di Nash gode quindi della proprietà di stabilità, nel senso che ciascuno ha interesse a confermare la propria scelta, una volta rilevata la mossa dell'avversario.

Riprendiamo in esame il consueto caso di due strategie a disposizione di due giocatori.

GIOCO G.5

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	6	6	10	3
	a_2	5	7	4	8

Mostriamo che $(a_1 - b_1)$ è equilibrio di Nash ed è l'unico punto stabile del gioco. Se B infatti avesse conosciuto la mossa di A (a_1), avrebbe confermato la propria scelta b_1; se A avesse saputo che B avrebbe scelto b_1, avrebbe confermato la scelta a_1: questa osservazione è di per sé già sufficiente per stabilire che $(a_1 - b_1)$ è equilibrio di Nash.

A titolo di esempio, mostriamo che $(a_2 - b_2)$ non è equilibrio di Nash. A tal fine è sufficiente notare che se A avesse conosciuto la mossa di B (b_2), non avrebbe scelto a_2, bensì a_1. Con un analogo ragionamento si mostra che neppure $(a_1 - b_2)$ e $(a_2 - b_1)$ sono equilibri di Nash.

Ricordiamo che i giocatori muovono, in realtà, simultaneamente e quindi non hanno la possibilità di cambiare la propria scelta, dopo aver osservato la mossa dell'avversario.

Si può facilmente mostrare che un equilibrio che sia frutto di strategie dominanti, è anche equilibrio di Nash, mentre non vale il contrario, ossia un equilibrio di Nash non necessariamente è frutto di strategie dominanti.

In termini formali, passando da due giocatori ad un generico numero L di giocatori, il risultato delle strategie $\hat{s}$ degli L giocatori, $(\hat{s}_A, \hat{s}_B, \ldots, \hat{s}_I, \ldots \hat{s}_L)$, dà luogo ad un equilibrio di Nash quando:

$$u(\hat{s}_A, \hat{s}_B, \ldots \hat{s}_I, \ldots \hat{s}_L) \geq u(\hat{s}_A, \hat{s}_B, \ldots s_I, \ldots \hat{s}_L), \qquad \forall I;\ I = A, B, \ldots L.$$

La scrittura indica semplicemente che l'utilità derivante dal giocare la strategia $\hat{s}_I$ è maggiore (almeno debolmente) dell'utilità che I trarrebbe giocando una qualsiasi altra possibile strategia (genericamente, s_I), date le scelte degli altri, improntate allo stesso criterio.

3.2. Molteplicità degli equilibri di Nash

Nel gioco appena esaminato esisteva un unico equilibrio di Nash. Non sempre, però, l'equilibrio di Nash gode della proprietà dell'unicità: il gioco G.6 presenta, ad esempio, due equilibri di Nash.

È facile constatare che sia $(a_2 - b_1)$, sia $(a_1 - b_2)$ sono equilibri di Nash.

3.3. Assenza dell'equilibrio di Nash

Quando i giocatori hanno a disposizione soltanto le strategie pure (ossia giocano una delle strategie a loro disposizione e non una com-

GIOCO G.6

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	16	4 NO	10	5 SÌ
	a_2	17	8 SÌ	9	4 NO

binazione probabilistica di esse), può darsi il caso che l'equilibrio di Nash NON esista, come viene mostrato dal gioco G.7.

GIOCO G.7

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	4	3 NO	2	4 NO
	a_2	2	8 NO	8	7 NO

Si noti che nel gioco in questione non esiste equilibrio di Nash, non esiste equilibrio che sia frutto di strategie dominanti e neppure equilibrio *ovvio* (non si ceda alla tentazione di considerare $(a_2 - b_2)$ come ovvio: non lo è, semplicemente perchè B non avrebbe alcun motivo per non deviare dalla scelta di b_2).

Tra i giochi privi di equilibrio di Nash, molto noto è quello cosiddetto «del contribuente»: si fronteggiano un contribuente, che deve decidere se evadere le tasse oppure fornire una dichiarazione veritiera ed un ispettore fiscale che deve decidere se controllare o meno la dichiarazione dei redditi, considerando che il controllo gli comporta un certo costo. La matrice degli esiti è illustrata nello schema della pagina seguente.

Si noti che non esiste equilibrio di Nash: questo è una conseguenza del fatto che le preferenze sono cicliche: se l'ispettore non controllasse, per il contribuente sarebbe ottimale evadere; se questi evade, però, per l'ispettore è ottimale controllare; ma posto che l'ispettore

GIOCO DEL CONTRIBUENTE

		CONTRIB.			
		PAGA		EVADE	
ISP.	NON CONTR.	0	0	0	100
	SÌ CONTR	-10	0	10	-20

controlli, al contribuente conviene non evadere; e se il contribuente paga onestamente le tasse, il comportamento migliore per l'ispettore è non effettuare il controllo. Quale strategia ci attendiamo che i due soggetti adottino in tali circostanze? Non sappiamo; allo stato attuale, l'unica affermazione consentita è l'osservare che ciascuno non sarebbe soddisfatto di come si è comportato, una volta conosciuto l'altrui comportamento.

3.4. Unicità e non soluzione

L'equilibrio di Nash presenta dunque alcuni difetti oggettivi: non esistenza e non unicità sono quelli immediatamente evidenti; non sono però i soli. Può darsi, infatti, che anche quando l'equilibrio di Nash è unico, non costituisca una soluzione convincente del gioco. Per mostrare ciò si osservi il seguente caso, in cui ciascuno dei due giocatori dispone di tre strategie.

GIOCO G. 8

		B					
		b_1		b_2		b_3	
A	a_1	24	24	22	26	0	0
	a_2	22	26	24	24	0	0
	a_3	0	0	0	0	1	1

Evidentemente, pur essendo $(a_3 - b_3)$ l'unico equilibrio di Nash nell'ambito delle strategie pure, nessuno dei due giocatori si augura di pervenirvi; è in qualche modo evidente che entrambi auspicano di collocarsi su una delle quattro caselle con *payoffs* superiori a 20, pur non figurando tra esse alcun equilibrio di Nash. Si esamini anche il gioco seguente:

GIOCO G.9

		B							
		b_1		b_2		b_3		b_4	
A	a_1	9	6	3	5	4	3	0	-1
	a_2	0	-2	5	-1	6	3	3	8

Il lettore provi ad immedesimarsi nell'agente B e scelga la mossa. Kreps (1990, cap.11) sostiene che in un gioco di identica struttura, gli individui nei panni di B generalmente scelgono b_1 o, più di frequente, b_3 [3]. D'altro lato, nel gioco esistono due equilibri di Nash: $(a_1 - b_1)$ e $(a_2 - b_4)$; come si può verificare, nessun equilibrio di Nash coinvolge la strategia b_3. Si può concludere che anche quando gli equilibri di Nash esistono, non necessariamente rappresentano la soluzione del gioco che si rileva empiricamente. In altre parole, si nota che individui impegnati concretamente in giochi non sempre scelgono mosse che conducono ad equilibri di Nash.

Non ci sembra una forzatura affermare che le verifiche empiriche

6. *Il dilemma del prigioniero*

1. *Presentazione del dilemma del prigioniero*

Illustreremo ora un caso di gioco non cooperativo a somma variabile, di grande rilevanza all'interno della letteratura economica, in particolare in tema di mercati oligopolistici: il dilemma del prigioniero.

La configurazione del gioco è la seguente: la polizia custodisce in celle diverse due individui accusati di essere complici di uno stesso crimine; tuttavia, non disponendo di prove sufficienti a comminare ai due una pena più che simbolica, gli inquirenti cercano di indurre i detenuti a confessare, promettendo clemenza.

Nella tabella seguente compaiono gli anni di reclusione inflitti, a seconda del comportamento dei due prigionieri, i quali debbono decidere se confessare (strategia C) oppure non confessare (strategia NC). Sono espressi come numeri negativi, in quanto rappresentano «disutilità» per i giocatori.

GIOCO G.32

		2			
		NC		C	
A	NC	-1	-1	-6	0
	C	0	-6	-5	-5

L'equilibrio di Nash (che è anche equilibrio nelle strategie dominanti) è individuato dalla combinazione (1C – 2C) che comporta per entrambi 5 anni di reclusione.

Si noti che l'adozione di un criterio di razionalità individuale conduce ad un risultato subottimale nel senso di Pareto (perché peggiore di quello che potrebbero ottenere se nessuno dei due confessasse); non basta: questo è anche il risultato complessivamente peggiore, dal momento che comporta un totale di dieci anni di carcere. Se i due potessero comunicare e stipulare un accordo vincolante, potrebbero adottare entrambi la strategia dominata (NC) ed ottenere il risultato ottimale (–1, –1).

Nella tabella precedente i *payoffs* sono espressi come numeri negativi, ma è naturale che sono giochi riconducibili al dilemma del prigioniero tutti quelli nei quali i due giocatori ordinano i prodotti delle loro strategie in modo analogo a quello della tabella precedente. In simboli, se **P** è la relazione di preferenza, dal gioco G.32 si ricava il seguente ordinamento di preferenza per i due giocatori:

giocatore 1: (1C, 2NC) **P** (1NC, 2NC) **P** (1C, 2C) **P** (1NC, 2C)
giocatore 2: (1NC, 2C) **P** (1NC, 2NC) **P** (1C, 2C) **P** (1C, 2NC)

Si osservi ora il gioco seguente:

GIOCO G.33

		B			
		b_1		b_2	
A	a_1	8	8	1	14
	a_2	14	1	5	5

Ebbene, si tratta del gioco del dilemma del prigioniero. Vale infatti la stessa struttura di preferenze del gioco G.29. La strategia a_2 è dominante sulla a_1 e la b_2 sulla b_1; il prodotto delle strategie dominanti dà luogo, però, al peggior risultato possibile dal punto di vista collettivo, mentre $(a_1 - b_1)$ non è equilibrio stabile, perché ciascuno dei due giocatori ha incentivo a deviare dalla propria scelta, una volta osservata quella dell'altro.

Quindi, la considerazione di rilievo che emerge dal dilemma del prigioniero è il conflitto tra stabilità (equilibrio) ed efficienza. Questo conflitto pone un ulteriore problema, cioè quello di stabilire se e sotto quali condizioni sia possibile produrre il risultato efficiente (ovvero socialmente preferibile). In altre parole, ci dobbiamo chiedere se e quando è possibile, produrre consenso (cooperazione) circa le strategie che ciascun individuo dovrà adottare. Questo tema sarà accennato nel paragrafo conclusivo di questo capitolo e ripreso e sviluppato nel capitolo 9.

2. *Dilemma del prigioniero e free riding*

Al dilemma del prigioniero possono essere ricondotte molte differenti situazioni. Mutuiamo da Varian (1987), l'esempio che ci accingiamo ad illustrare.

Supponiamo che in un appartamento, sprovvisto di televisore, abitino due persone; entrambe posseggono 500 mila lire ed entrambe valutano la presenza di un televisore in 300 mila lire; il costo del televisore è 400 mila lire. Poiché la somma delle valutazioni di entrambi (600 mila) supera il costo del televisore, sarebbe efficiente comprarlo. Tuttavia i due coinquilini non riescono ad accordarsi sulla suddivisione della spesa, perché ciascuno sostiene di non desiderarlo, sperando che l'altro si accolli interamente l'onere.

Decidono allora di risolvere la disputa nel modo seguente: ciascuno scriverà su un biglietto «SÌ» oppure «NO». Se entrambi scrivono SÌ, il televisore si acquista e la spesa viene divisa equamente; in questa eventualità, ciascuno contribuisce con 200 mila lire, dispone di 300 mila lire rimanenti e fruisce di un'utilità pari a 300 mila; l'utilità individuale è per entrambi pari ad un valore netto di 600 mila lire. Se entrambi scrivono NO, il televisore non si compra ed entrambi fruiscono di un'utilità pari a 500 mila, ossia la ricchezza iniziale. Se uno scrive NO e l'altro SÌ, quello che ha scritto SÌ deve pagare interamente il televisore; percepirà così un'utilità pari a 500 – 400 + 300 = 400mila, mentre il coinquilino che ha scritto NO godrà di un'utilità pari a 500 + 300 = 800mila. Costruiamo la tabella corrispondente (v. G.34).

La situazione corrisponde al caso di dilemma del prigioniero: la strategia dominante per ciascuno è quella di scrivere NO. In questo modo, però, il televisore non viene comprato (situazione collettiva-

GIOCO G.34

		2			
		SÌ		NO	
A	SÌ	600	600	400	800
	NO	800	400	500	500

mente inefficiente); la situazione collettivamente efficiente è data dal prodotto (SÌ – SÌ), ma in questo caso ciascuno ha convenienza a deviare, ossia a dichiarare NO, mentre il compagno dà la propria disponibilità ad acquistare il televisore.

Questo è un caso di *free riding*, espressione inglese che sta ad indicare il salire in autobus senza pagare il biglietto, ossia il beneficiare di un bene pubblico, interamente pagato da altri.

È evidente che le possibilità di fare il *free rider* aumentano, con l'aumentare della popolazione: se vi sono molte persone «oneste», sarà più facile essere disonesti ed usufruire di servizi finanziati da altri.

A prima vista, l'esempio del televisore può sembrare paradossale: è impossibile pensare che i due non trovino un modo più razionale di decidere se acquistare o meno il televisore, e come ripartire la spesa, senza ricorrere ai bigliettini.

In realtà il caso è identico a tutti quelli in cui si usufruisce di beni pubblici. Pensiamo ad un gruppo di più studenti che debbano pulire la casa in cui coabitano: ognuno sta meglio se la casa è pulita, ma ciascuno auspica che a pulirla sia uno degli altri, poiché il fare le pulizie provoca disutilità. Se nessuno la pulisce (strategia individualmente dominante), si viene a creare la situazione collettivamente peggiore. In questo esempio, è immediato intuire una delle possibili soluzioni del dilemma del prigioniero: fare le pulizie a turno. Tuttavia si noti che questo è possibile, solo se il gioco è ripetuto; se il gioco viene giocato una volta sola, non è possibile attuare il meccanismo della turnazione nelle pulizie. Immaginiamo anche che uno degli inquilini non faccia il proprio dovere. È evidente che se non viene punito, non avrà alcun motivo per fare le pulizie (al di là del fatto che ciascuno possa sentire l'esistenza di un vincolo «morale» in tal senso).

Con questo esempio molto semplice, abbiamo introdotto alcuni argomenti proposti dalla letteratura economica come meccanismi che

risolvono il dilemma del prigioniero: vincolo morale, punizione, ripetizione del gioco. Nel capitolo 9 esamineremo, in particolare, sotto quali condizioni la ripetizione del gioco spinga i giocatori ad assumere di fatto strategie cooperative.

3. *Il gioco del pollo*

Un gioco che richiama considerazioni in parte riconducibili a quelle sviluppate per il dilemma del prigioniero è il cosiddetto «gioco del pollo», rappresentato nella seguente matrice.

GIOCO G.35

		2			
		NO		SÌ	
A	NO	-1	-1	-6	0
	SÌ	0	-6	-5	-5

Si può immaginare che siano coinvolti nel gioco due ragazzi che percorrono una stretta strada in senso opposto e quando si avvistano, debbono decidere se deviare oppure no. Se entrambi deviano, il gioco finisce in parità (0, 0); se entrambi tirano dritto, succede il disastro; se l'uno devia e l'altro no, quello che ha deviato subisce un qualche danno e l'altro ha un certo guadagno. Possiamo anche immaginare che la matrice descriva la situazione di due paesi contrapposti che debbono decidere se astenersi o meno dallo sferrare un attacco militare; se entrambi non attaccano, la partita finisce in parità; se attaccano entrambi, entrambi subiscono forti perdite; se l'uno attacca e l'altro no, quello che ha attaccato riceve un guadagno positivo e l'altro ha un esito negativo.

Vi è una perfetta simmetria tra i guadagni spettanti ai due giocatori, ma a differenza del dilemma del prigioniero, nel gioco del pollo non esistono strategie dominanti ed esistono due equilibri di Nash; non è chiaro quale di questi due rappresenta la situazione che verrà effettivamente a determinarsi.

GIOCO G.34

		2			
		SÌ		NO	
A	SÌ	600	600	400	800
	NO	800	400	500	500

mente inefficiente); la situazione collettivamente efficiente è data dal prodotto (SÌ – SÌ), ma in questo caso ciascuno ha convenienza a deviare, ossia a dichiarare NO, mentre il compagno dà la propria disponibilità ad acquistare il televisore.

Questo è un caso di *free riding*, espressione inglese che sta ad indicare il salire in autobus senza pagare il biglietto, ossia il beneficiare di un bene pubblico, interamente pagato da altri.

È evidente che le possibilità di fare il *free rider* aumentano, con l'aumentare della popolazione: se vi sono molte persone «oneste», sarà più facile essere disonesti ed usufruire di servizi finanziati da altri.

A prima vista, l'esempio del televisore può sembrare paradossale: è impossibile pensare che i due non trovino un modo più razionale di decidere se acquistare o meno il televisore, e come ripartire la spesa, senza ricorrere ai bigliettini.

In realtà il caso è identico a tutti quelli in cui si usufruisce di beni pubblici. Pensiamo ad un gruppo di più studenti che debbano pulire la casa in cui coabitano: ognuno sta meglio se la casa è pulita, ma ciascuno auspica che a pulirla sia uno degli altri, poiché il fare le pulizie provoca disutilità. Se nessuno la pulisce (strategia individualmente dominante), si viene a creare la situazione collettivamente peggiore. In questo esempio, è immediato intuire una delle possibili soluzioni del dilemma del prigioniero: fare le pulizie a turno. Tuttavia si noti che questo è possibile, solo se il gioco è ripetuto; se il gioco viene giocato una volta sola, non è possibile attuare il meccanismo della turnazione nelle pulizie. Immaginiamo anche che uno degli inquilini non faccia il proprio dovere. È evidente che se non viene punito, non avrà alcun motivo per fare le pulizie (al di là del fatto che ciascuno possa sentire l'esistenza di un vincolo «morale» in tal senso).

Con questo esempio molto semplice, abbiamo introdotto alcuni argomenti proposti dalla letteratura economica come meccanismi che

risolvono il dilemma del prigioniero: vincolo morale, punizione, ripetizione del gioco. Nel capitolo 9 esamineremo, in particolare, sotto quali condizioni la ripetizione del gioco spinga i giocatori ad assumere di fatto strategie cooperative.

3. *Il gioco del pollo*

Un gioco che richiama considerazioni in parte riconducibili a quelle sviluppate per il dilemma del prigioniero è il cosiddetto «gioco del pollo», rappresentato nella seguente matrice.

GIOCO G.35

		2			
		NO		SÌ	
A	NO	-1	-1	-6	0
	SÌ	0	-6	-5	-5

Si può immaginare che siano coinvolti nel gioco due ragazzi che percorrono una stretta strada in senso opposto e quando si avvistano, debbono decidere se deviare oppure no. Se entrambi deviano, il gioco finisce in parità (0, 0); se entrambi tirano dritto, succede il disastro; se l'uno devia e l'altro no, quello che ha deviato subisce un qualche danno e l'altro ha un certo guadagno. Possiamo anche immaginare che la matrice descriva la situazione di due paesi contrapposti che debbono decidere se astenersi o meno dallo sferrare un attacco militare; se entrambi non attaccano, la partita finisce in parità; se attaccano entrambi, entrambi subiscono forti perdite; se l'uno attacca e l'altro no, quello che ha attaccato riceve un guadagno positivo e l'altro ha un esito negativo.

Vi è una perfetta simmetria tra i guadagni spettanti ai due giocatori, ma a differenza del dilemma del prigioniero, nel gioco del pollo non esistono strategie dominanti ed esistono due equilibri di Nash; non è chiaro quale di questi due rappresenta la situazione che verrà effettivamente a determinarsi.

Ciascuno dovrebbe convincere l'altro a giocare la strategia arrendevole, assicurando che egli sarà inflessibile nel giocare la strategia NO.

Se i due giocatori sono identici, non si può sapere, in anticipo, quale sarà l'esito del gioco. Se i due giocatori, invece, differiscono, potrebbero essere considerazioni di reputazione e di inflessibilità le uniche in grado di indicare quale sarà la conclusione del gioco. In altre parole, la soluzione del gioco del pollo è ovvia, soltanto se esiste una differenza di forza, o determinazione, o reputazione tra i due giocatori che sia nota ad entrambi e che spinga l'uno ad essere arrendevole e l'altro ad essere inflessibile.

4. *Un'applicazione del dilemma del prigioniero: efficacia dell'imposizione fiscale sulle decisioni individuali*

Abbiamo già avuto modo, nei capitoli precedenti, di osservare come la teoria dei giochi venga ampiamente utilizzata nei più moderni approcci di politica economica; molte situazioni possono essere ricondotte al dilemma del prigioniero, che quindi è stato spesso utilizzato per schematizzare situazioni nelle quali vi è un conflitto tra stabilità ed efficienza delle scelte. Se i due giocatori sono autorità di politica economica, l'unica via d'uscita è rappresentata – in assenza di possibilità di accordi vincolanti – dai meccanismi che conducono a soluzione efficiente il dilemma del prigioniero: ripetizione del gioco, vincoli morali, ecc.

Un'altra possibile applicazione è rappresentata dall'analisi delle misure che le autorità possono adottare per *modificare* una situazione riconducibile al dilemma del prigioniero, ossia per scongiurare l'affermarsi di una configurazione inefficiente.

Immaginiamo di osservare un mercato nel quale operano due imprese, ottenendo entrambe un profitto pari a 5, in assenza di campagne pubblicitarie; a ciascuna impresa si profila la possibilità di intraprendere una campagna pubblicitaria dai costi elevati, che consente di guadagnare quote di mercato, a patto che l'altra impresa non faccia pubblicità; se entrambe decidono di farsi pubblicità, nessuna guadagna quote di mercato. La situazione è rappresentabile nella tabella che segue.

GIOCO G.36

		B			
		SÌ pubbl.		NO pubbl.	
A	SÌ pubbl.	3	3	8	2
	NO pubbl.	2	8	5	5

Si osserva che ci troviamo in un caso di dilemma del prigioniero: entrambe le imprese possiedono una strategia dominante (sì pubblicità) che conduce ad un esito Pareto-inferiore rispetto al caso in cui le due imprese giochino le rispettive strategie dominate. Ciò che vogliamo mostrare è che lo Stato può, con opportune misure fiscali, scongiurare che la collettività (rappresentata in questo caso dalle due imprese) si situi in una configurazione inefficiente di equilibrio. La misura è costituita da imposte sulla pubblicità, di entità tale da ridurre i profitti, ad esempio, di due unità; in presenza di tale imposta la struttura dei profitti viene modificata nel modo indicato dalla tavola seguente.

GIOCO G.36.bis

		B			
		SÌ pubbl.		NO pubbl.	
A	SÌ pubbl.	3	3	6	2
	NO pubbl.	2	6	5	5

Non si è più in presenza di dilemma del prigioniero. La struttura dei *payoffs* è invece riconducibile al gioco del pollo, nel quale non è chiaro, a priori, quale dei due equilibri di Nash esistenti verrà effettivamente a determinarsi; tuttavia nell'insieme delle configurazioni di equilibrio non vi sono più situazioni inefficienti. L'introduzione di imposizione ha eliminato dall'insieme delle configurazioni di equilibrio soluzioni Pareto-inefficienti.